

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته‌ی: علوم تجربی	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۱ / ۱۰ / ۱۳۸۷	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۷		اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	مجموعه جواب نامعادله $-2 < \frac{-3x+4}{4} + 3 < 1$ را به صورت بازه بنویسید.	۰/۷۵
۲	الف) نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} 4-2x & x \geq 1 \\ 1+x^2 & x < 1 \end{cases}$ را رسم کنید. ب) مقدار $f(f(-1))$ را محاسبه کنید.	۱/۲۵
۳	دامنه‌ی تعریف تابع $f(x) = \frac{x+5}{x^2-2x-3}$ را تعیین کنید.	۰/۷۵
۴	اگر $f(x) = \frac{1}{x}$ و $g(x) = \sqrt{1-x}$ باشد مطلوب است: الف) دامنه و ضابطه $(f \times g)(x)$. ب) ضابطه $g \circ f(x)$.	۱/۵
۵	مقدار a را چنان بیابید که تابع $f(x) = \begin{cases} x+2 - a & x \geq 2 \\ x^2 + 3 & x < 2 \end{cases}$ در نقطه ۲ دارای حد باشد.	۰/۷۵
۶	هر یک از حدهای زیر را محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x^2 - 2x}{x-2}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x - \sqrt{x}}{x}$ ج) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{3 \tan x - \sin 2x}{x}$ د) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^2 + \sqrt{3x+5}}{4x^2 - 5x + 1}$ ه) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3}{(x-3)^2}$ و) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^2}{1 - \cos 2x}$	۴/۷۵
۷	مقادیر a و b را چنان بیابید که تابع $f(x) = \begin{cases} 3+2ax^2 & x < -1 \\ x+1 & x = -1 \\ b[x]+1 & x > -1 \end{cases}$ در نقطه $x = -1$ پیوسته باشد	۱/۵
	«ادامه‌ی سؤالات در صفحه‌ی دوم»	

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته‌ی: علوم تجربی	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۱ / ۱۰ / ۱۳۸۷	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۷		اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	

ردیف	سؤالات	نمره
۸	اگر $ f(x) \leq 1 - \cos x$ باشد حد تابع $f(x)$ وقتی $x \rightarrow 0$ را به دست آورید.	۰/۷۵
۹	فاصله پیوستگی تابع $f(x) = \sqrt{4-x^2}$ را بنویسید.	۰/۷۵
۱۰	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = 2 - x^2$ را به دست آورید.	۱
۱۱	مشتق تابع‌های زیر را به دست آورید. (ساده کردن الزامی نیست) الف) $y = \tan^2 3x \times \cos(2x-1)$ ب) $y = \frac{\sqrt{x^2-1}}{3x+5}$ ج) $y = (x^4 - x^3 + x^2 - 1)^5$	۲/۲۵
۱۲	معادله خط قائم بر منحنی $y = \sqrt{x+1}$ را در نقطه‌ای بطول ۳ واقع بر منحنی به دست آورید.	۱
۱۳	تابع $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ مفروض است. a و b و c را چنان بیابید که نقطه اکسترمم تابع $(-1, 1)$ و طول نقطه‌ی عطف آن صفر باشد.	۱/۵
۱۴	جهت تغییرات و نمودار تابع $y = x(1-x)^2$ را رسم کنید.	۱/۵
	جمع نمره	۲۰
	«موفق باشید»	

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته: علوم تجربی
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۸۷ / ۱۰ / ۱۱
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۷	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره				
۱	$-24 \leq -3x < -12 \quad (0/25) \quad -20 \leq -3x + 4 < -8 \quad (0/25) \quad -5 \leq \frac{-2x+4}{4} < -2 \quad (0/25)$ $4 < x \leq 8 \quad (0/25) \quad \text{مجموعه جواب} = (4, 8] \quad (0/25)$	۰/۷۵				
۲	<table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> $\begin{array}{c cc} x & 1 & 2 \\ \hline 4-2x & 2 & 0 \end{array}$ </td> <td rowspan="2" style="text-align: center; vertical-align: middle;">(۰/۲۵)</td> <td rowspan="2" style="text-align: center; vertical-align: middle;"> </td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> $\begin{array}{c ccc} x & -1 & 0 & 1 \\ \hline 1+x^2 & 2 & 1 & 2 \end{array}$ </td> </tr> </table> <p style="text-align: right; margin-right: 50px;">(۰/۵)</p> <p>$f(f(-1)) = f(2) = 0 \quad (0/25)$ (۰/۲۵)</p>	$\begin{array}{c cc} x & 1 & 2 \\ \hline 4-2x & 2 & 0 \end{array}$	(۰/۲۵)		$\begin{array}{c ccc} x & -1 & 0 & 1 \\ \hline 1+x^2 & 2 & 1 & 2 \end{array}$	۱/۲۵
$\begin{array}{c cc} x & 1 & 2 \\ \hline 4-2x & 2 & 0 \end{array}$	(۰/۲۵)					
$\begin{array}{c ccc} x & -1 & 0 & 1 \\ \hline 1+x^2 & 2 & 1 & 2 \end{array}$						
۳	$x^2 - 2x - 3 = 0 \rightarrow \begin{array}{l} x = 3 \\ x = -1 \end{array} \quad (0/25) \quad D_f = \mathbb{R} - \{3, -1\} \quad (0/5)$	۰/۷۵				
۴	<p>الف) $D_f = \mathbb{R} - \{0\} \quad (0/25) \quad D_g = \{x \mid x \leq 1\} \quad (0/25)$</p> <p>$f \times g(x) = \frac{1}{x} \times \sqrt{1-x} \quad (0/25)$</p> <p>$D_{f \times g} = \mathbb{R} - \{0\} \cap \{x \mid x \leq 1\} = (-\infty, 0) \cup (0, 1] \quad (0/25)$</p> <p>ب) $\text{gof}(x) = g(f(x)) = \sqrt{1 - \frac{1}{x}} \quad (0/5)$</p>	۱/۵				
۵	$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 4 - a \quad (0/25) \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 7 \quad (0/25)$ $\Rightarrow 4 - a = 7 \rightarrow a = -3 \quad (0/25)$	۰/۷۵				
۶	<p>الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x(x-2)(x+1)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} x(x+1) = 6 \quad (0/25)$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(x-\sqrt{x})(x+\sqrt{x})}{x(x+\sqrt{x})} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2 - x}{x(x+\sqrt{x})} =$</p> <p>$= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x(x-1)}{x(x+\sqrt{x})} = \frac{-1}{0^+} = -\infty \quad (0/25)$</p>	۴/۷۵				
	«ادامه‌ی سؤالات در صفحه‌ی دوم»					

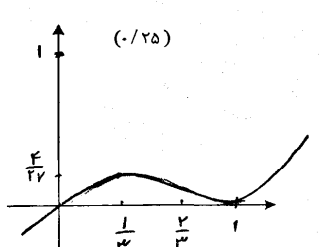
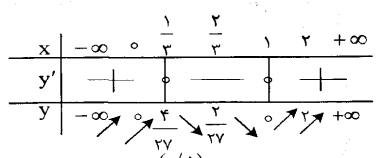
باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته: علوم تجربی
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۸۷ / ۱۰ / ۱۱
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۷	اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
	<p>ج) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{2} \tan x - \sin \sqrt{2}x}{x} = \frac{\sqrt{2} \tan \frac{\pi}{4} - \sin \frac{\pi}{\sqrt{2}}}{\frac{\pi}{4}} = \frac{\sqrt{2} - 1}{\frac{\pi}{4}} = \frac{4(\sqrt{2}-1)}{\pi}$ (۰/۲۵)</p> <p>د) $= \frac{\infty}{\infty}$ رفع ابهام $= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\Delta x^{\sqrt{2}}}{\sqrt{2}x^{\sqrt{2}}} = \frac{\Delta}{\sqrt{2}}$ (۰/۲۵)</p> <p>هـ) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{\sqrt{2}}{(x-3)^{\sqrt{2}}} = \frac{\sqrt{2}}{0^+} = +\infty$ (۰/۲۵)</p> <p>و) $= \frac{0}{0}$ رفع ابهام $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\sin x^{\sqrt{2}}}{x^{\sqrt{2}}}}{\sqrt{2} \frac{\sin \sqrt{2}x}{\sqrt{2}x}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\sin x^{\sqrt{2}}}{x^{\sqrt{2}}}}{\frac{\sin \sqrt{2}x}{\sqrt{2}x}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ (۰/۲۵)</p>	
۷/۲۵	<p>$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = f(-1)$ (۰/۲۵) شرط پیوستگی</p> <p>$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} b[x] + 1 = -b + 1$ (۰/۲۵)</p> <p>$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} \sqrt{2} + \sqrt{2}ax^{\sqrt{2}} = \sqrt{2} + \sqrt{2}a$ (۰/۲۵) $f(-1) = 0$ (۰/۲۵)</p> <p>$-b + 1 = 0 \rightarrow b = 1$ (۰/۲۵) , $\sqrt{2} + \sqrt{2}a = 0 \rightarrow a = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۰/۲۵)</p>	۷
۰/۷۲۵	<p>$\cos x - 1 \leq f(x) \leq 1 - \cos x$ (۰/۲۵)</p> <p>$\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x - 1) = \lim_{x \rightarrow 0} (1 - \cos x) = 0$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$ (۰/۲۵)</p>	۸
۰/۷۲۵	<p>$\sqrt{2} - x^{\sqrt{2}} \geq 0$ (۰/۲۵) $\rightarrow x^{\sqrt{2}} \leq \sqrt{2} \Rightarrow -\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}$ (۰/۲۵) فاصله پیوستگی $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$ (۰/۲۵)</p>	۹
۱	<p>$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2} - (x + \Delta x)^{\sqrt{2}} - (\sqrt{2} - x^{\sqrt{2}})}{\Delta x}$ (۰/۲۵)</p> <p>$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2} - x^{\sqrt{2}} - \sqrt{2}x\Delta x - \Delta x^{\sqrt{2}} - \sqrt{2} + x^{\sqrt{2}}}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta x(-\sqrt{2}x - \Delta x)}{\Delta x}$ (۰/۲۵) $= -\sqrt{2}x$ (۰/۲۵)</p>	۱۰
	«ادامه‌ی سؤالات در صفحه‌ی سوم»	

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته‌ی : علوم تجربی
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۱ / ۱۰ / ۱۳۸۷
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۷	اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۱	<p>الف) $y' = \epsilon \tan^2 x (1 + \tan^2 x) \cos(x-1) - 2 \tan^2 x \sin(x-1)$ (۰/۵)</p> <p>ب) $y' = \frac{2x}{2\sqrt{x^2-1}} \times (2x+5) - 2(\sqrt{x^2-1})$ (۰/۷۵)</p> <p>ج) $y' = 5(4x^2 - 2x^2 + 2x)(x^2 - x^2 + x^2 - 1)^2$ (۰/۵)</p>	۲/۲۵
۱۲	<p>$x=2 \rightarrow y=2$ (۰/۲۵) $y' = \frac{1}{2\sqrt{x+1}}$ (۰/۲۵) $\rightarrow m' = \frac{1}{4} \rightarrow m = -4$ (۰/۲۵)</p> <p>$y-2 = -4(x-2) \rightarrow y = -4x+14$ (۰/۲۵)</p>	۱
۱۳	<p>$(1, -1) \in f(x) \Rightarrow -1 = 1+a+b+c$ (۰/۲۵)</p> <p>$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$ (۰/۲۵) $\Rightarrow f'(1) = 3+2a+b=0$ (۰/۲۵)</p> <p>$f''(x) = 6x+2a \Rightarrow f''(0) = 2a=0 \rightarrow a=0$ (۰/۲۵)</p> <p>$\begin{cases} b+c=-2 \\ 3+b=0 \end{cases} \Rightarrow b=-3, c=1$ (۰/۲۵)</p>	۱/۵
۱۴	<p>$y' = (1-x)^2 - 2x(1-x)$</p> <p>$y' = 1+x^2 - 2x - 2x + 2x^2$ (۰/۲۵)</p> <p>$y' = 3x^2 - 4x + 1 = 0 \rightarrow \begin{cases} x=1 \rightarrow y=0 \\ x=\frac{1}{3} \rightarrow y=\frac{4}{27} \end{cases}$ (۰/۲۵)</p> <p>$y'' = 6x - 4 = 0 \rightarrow x = \frac{2}{3} \rightarrow y = \frac{2}{27}$ (۰/۲۵)</p> <p></p> <p></p>	۱/۵
۲۰	جمع نمره	

باسلام و خسته نباشید

مصححین محترم ، لطفاً برای راه حل های درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم نمایند.